

Oefeningen hoofdstuk 2: Schatten

1

Veronderstel dat we de volgende metingen bekwamen voor de lichaamstemperaturen van 10 personen

37,0 37,0 36,6 36,6 37,2 36,8 36,8 36,8 36,9 37,0

Bepaal uit deze korte steekproef, met σ onbekend, het 95% betrouwbaarheidsinterval voor de gemiddelde lichaamstemperatuur.

Gegeven

X = "lichaamstemperatuur van mensen"
EAS met $n = 10$

Gevraagd

95 % BI voor μ (μ_x)

Oplossing

$N = 10 \rightarrow$ korte steekproef \rightarrow t verdeling
Met $V = n - 1 = 9$ vrijheidsgraden.

$$95\% \text{ BI: } \mu \in \left] \bar{x} - t_{975}^{(9)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{975}^{(9)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

$$\bar{x} = 36,86 \quad (= \text{gemiddelde van alle gemeten waarden})$$

$$n = 10; \sqrt{10} = 3,16$$

$$s = 0,19$$

Excel

```
= STDEV(37; 37; 36,6; 36,6; 37,2; 36,8; 36,8; 36,8; 36,9; 37)
```

```
= 0,188856206
```

$$t_{975} = 2,26$$

Maple

```
> stats[statevalf, icdf, studentst[9]](0.975);  
2.262157163
```

\rightarrow 95% BI:]36,72 ; 37,00[

We wensen na te gaan hoeveel plastic wekelijks door huisgezinnen wordt weggegooid. Hoeveel gezinnen moeten we willekeurig selecteren om met 99% zekerheid te weten dat het steekproefgemiddelde niet meer dan 250 gram afwijkt van het populatiegemiddelde. Neem $\sigma = 1,1$ kg

Gegeven

$$\sigma = 1,1$$

Gevraagd

n, lengte van EAS opdat het steekproefgemiddelde niet meer dan 250 gram afwijkt.

Oplossing

$$n = \left(\frac{2,58 \cdot s}{d} \right)^2$$

Maple (2,58)

```
> stats[statevalf, icdf, normald[0,1]](0.995);  
2.575829304
```

$$n = \left(\frac{2,58 \cdot 1,1}{0,250} \right)^2 = 11,33^2 = 129$$

Men moet 129 gezinnen selecteren om 99% zekerheid te hebben.

Bij een onderzoek met 500 hogeschoolstudenten bleek dat 135 een PC had. Bepaal een puntschatting voor het werkelijke aantal studenten dat een PC heeft. Bepaal het 95% betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie.

Gegeven

EAS met $n = 500$

$X = 135$

Gevraagd

a) Geef een puntschatting voor p , de fractie studenten die een pc hebben

b) Geef het 5 BI voor p

Oplossing

a)

$$\hat{p} = \frac{135}{500} = 0,27$$

b)

$$p \in] \hat{p} - 1,96 \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} ; \hat{p} + 1,96 \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} [$$

met $\hat{q} = 1 - \hat{p} = 0,73$, $n = 500$ ($> 30!$)

$$p \in] 0,23 ; 0,31 [$$

Bij een steekproef van 50 resultaten van studenten op een wiskunde-examen op een totaal van 200 studenten vond men een gemiddelde van 75 en standaardafwijking 10. Wat is het 95% betrouwbaarheidsinterval voor het populatiegemiddelde. Gebruik de gecorrigeerde formules.

Gegeven

N = 200 studenten

Resultaten wiskunde examen

EAS met n = 50

$$\bar{x} = 75$$

$$s = 10$$

Gevraagd

95% BI voor μ

Oplossing

Het gaat hier om een "lange" steekproef: $n > 30$

$$\mu \in \left] \bar{x} - 1,96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \frac{N-1}{N-n}; \bar{x} + 1,96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \frac{N-1}{N-n} \right[$$

$$\mu \in] 72,59 ; 77,41 [$$