Oefeningen hoofdstuk 1: Inferentiële statistiek

1

Gegeven
X = “aantal defecte schakelaars op 100”
X ~ B (100 ; 0,1)

Gevraagd
P(X ≤ 9)

a) exact
b) normale benadering
c) met cont. Correctie

Oplossing
a)
P(X ≤ 9) = 0,4512

Maple:
```
> stats[statevalf,dcdf,binomiald[100,0.1]](9);
                  .4512901654
```

b)
$z^* = \frac{X - np}{\sqrt{npq}} \sim N(0,1)$

P(X ≤ 9) = P(z* ≤ $\frac{9-10}{3}$) = 0,3694

Maple
```
> stats[statevalf,cdf,normald]((9-10)/3);
                  .3694413402
```

c)
P(X ≤ 9) = P(z* ≤ $\frac{9{,}5-10}{3}$) = 0,4338

Maple
```
> stats[statevalf,cdf,normald]((9.5-10)/3);
                  .4338161674
```

Gegeven
EAS n = 300
X = “Aantal huisdieren op 300 dat … “
X ~ B(n,p)
P = 22% = 0,22

Gevraagd
a) μ_x, σ_x
b) $P(X \geq 80)$ via de normale benadering

Oplossing
a)
$\mu_x = n \,.\, p = 300 \,.\, 0{,}22 = 66$

$$\sigma_x = \sqrt{n \,.\, p \,.\, q} = \sqrt{300 \,.\, 0{,}22 \,.\, 0{,}78} = 7{,}17$$

b)
$P(X \geq 80) = 1 - P(X < 80)$
$= 1 - P(X \leq 79)$

Exact berekent
$= 1 - 0{,}9679 = 0{,}033$

Maple
```
> stats[statevalf,dcdf,binomiald[300,0.22]](79);
                                .9679837540
```

Via normale benadering

$$= 1 - P\left(z^* \leq \frac{79-66}{7{,}17}\right)$$

$= 0{,}0349$

Maple
```
> stats[statevalf,cdf,normald]((79-66)/7.17);
                                .9650925854

> 1-%;
                                .0349074146
```

3

Een machine die flessen vult, is ingesteld op een gemiddeld vulgewicht van 1020 gram. De standaardafwijking is onbekend. Op grond van lange series metingen is komen vast te staan dat 1,2% van alle flessen een vulinhoud heeft van minder dan 1000,00g. Bepaal de standaardafwijking σ.

<u>Gegeven</u>
X = “Vulgewicht van flessen in gram”
$\mu = 1020$ (μ_x)
$P(X < 1000) = 0{,}012$

<u>Gevraagd</u>
σ = ?

<u>Oplossing</u>
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$z^* = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

$$P(X < 1000) = P\left(z^* < \frac{1000-H}{\sigma}\right) = 0{,}012$$

H = 1020
Die breuk = Z_0

$Z_0 = -2{,}25$

Excel
=STAND.NORM.INV(0,012)

= -2,257129244

$$Z_0 = \frac{1000-1020}{\sigma} = -2{,}25$$

→ σ = 8,86

De gewichten (in gram) van een bepaald type kogel zijn normaal verdeeld volgens N(224,0 ; 0,230). Men neemt uit het universum 300 steekproeven met lengte 36. Bereken het gemiddelde en de standaardafwijking van de steekproefgemiddelden. Hoeveel van de 300 steekproeven zullen een gemiddelde hebben kleiner dan 223,7 g.

<u>Gegeven</u>
X = "'gewicht van kogels in gram"
X ~ N(224,0 ; 0,230)
300 EAS met n = 36

<u>Gevraagd</u>
a) $\mu_{\overline{X}} = \mu$, $\sigma_{\overline{X}}$
b) P($\overline{X}$ < 223,7) . 300

<u>Oplossing</u>
a)
$\mu_{\overline{X}} = \mu$ = 224

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}230}{\sqrt{36}} = 0{,}038$$

b)
P($\overline{X}$ < 223,7)
$\overline{X}$ ~ ($\mu_{\overline{X}}, \sigma_{\overline{X}}{}^2$) = N(224 ; (0,038)²)

P($\overline{X}$ < 223,7) = p(z* < $\frac{223{,}7 - 224}{0{,}038}$) = 0,00000….000015 . 300 ≈ 0

Maple
```
> stats[statevalf,cdf,normald]((223.7-224)/0.038);
                    .1454642159 10^-14

> %*300;
                    .4363926477 10^-12

> round(%);
                    0
```

In een pluimveebedrijf vond men voor het gewicht van eieren een gemiddelde van 50,2 g met een standaardafwijking van 3 g. Bereken de kans dat bij een steekproef van 100 eieren het gezamelijk gewicht begrepen is tussen 4960 en 5000 gram.

<u>Gegeven</u>
X = “Gewicht van eieren in gram”
$X \sim N(50{,}2\ ;\ 9)$
EAS met n = 100
Y = “Gewicht van 100 eieren”

<u>Gevraagd</u>
$P(4960 < Y < 5000)$

<u>Oplossing</u>
$Y = 100 \,.\, X$
$\mu_Y = 100 \,.\, \mu_X = 5020$

$\sigma^2_Y = 100^2 \,.\, \sigma^2_X = 100^2 \,.\, 3^2 = (300)^2$

$Y \sim N(\mu_Y \,.\, \sigma^2_Y)$

$P(4960 < Y < 5000) = \phi(5000) - \phi(4960) = 0{,}4734 - 0{,}4207$

Excel
=STAND.NORM.VERD((5000-5020)/300)
= 0,473423536

=STAND.NORM.VERD((4960-5020)/300)
= 0,420740291

In de volgende tabel is het aantal defecten weergegeven bij dagelijkse steekproeven met lengte 200 voor 24 opeenvolgende dagen:

10	5	10	12	11	9	22	4	12	24	21	15
8	14	4	10	11	11	26	13	10	9	11	12

Ontwerp een controlekaart met een tolerantie van 3 standaardafwijkingen. De metingen van de 10^e end e 19^e dag worden verklaard oor het feit dat op de tiende dag 3 nieuwe werknemers in dienst traden en dat op de negentiende dag een machineonderdeel versleten was geraakt. Maak een nieuwe controlekaart waarbij die twee dagen worden geëlimineerd.

Oplossing

$\overline{p} = \dfrac{E_X}{200\,.\,24} = \dfrac{294}{200\,.\,24} = 0{,}06125$ (= gemiddele van alle defecten)

sp = $\sqrt{\dfrac{\overline{p}\,.\,\overline{q}}{n}} = \sqrt{\dfrac{0{,}061\,.\,0{,}939}{200}} = 0{,}017$

3 . sp = 0,051 (→ Tolerantie = 3 standaardafwijkingen

Bovengrens voor het stilleggen van de machines:
$\overline{p}$ + 3 . sp = 0,115

Ondergrens voor het stilleggen van de machines:
$\overline{p}$ - 3 . sp = 0,013

De punten worden als volgt berekend:
Punt = $\dfrac{waarde}{n}$

Voor het eerste punt wordt dit: $\dfrac{10}{200} = 0{,}05$

Voor het tweede punt wordt dit: $\dfrac{5}{200} = 0{,}025$

….

Grafiek (gewoon om een zicht te hebben, maten zijn niet juist!)